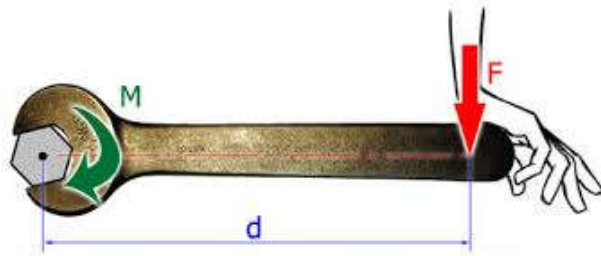


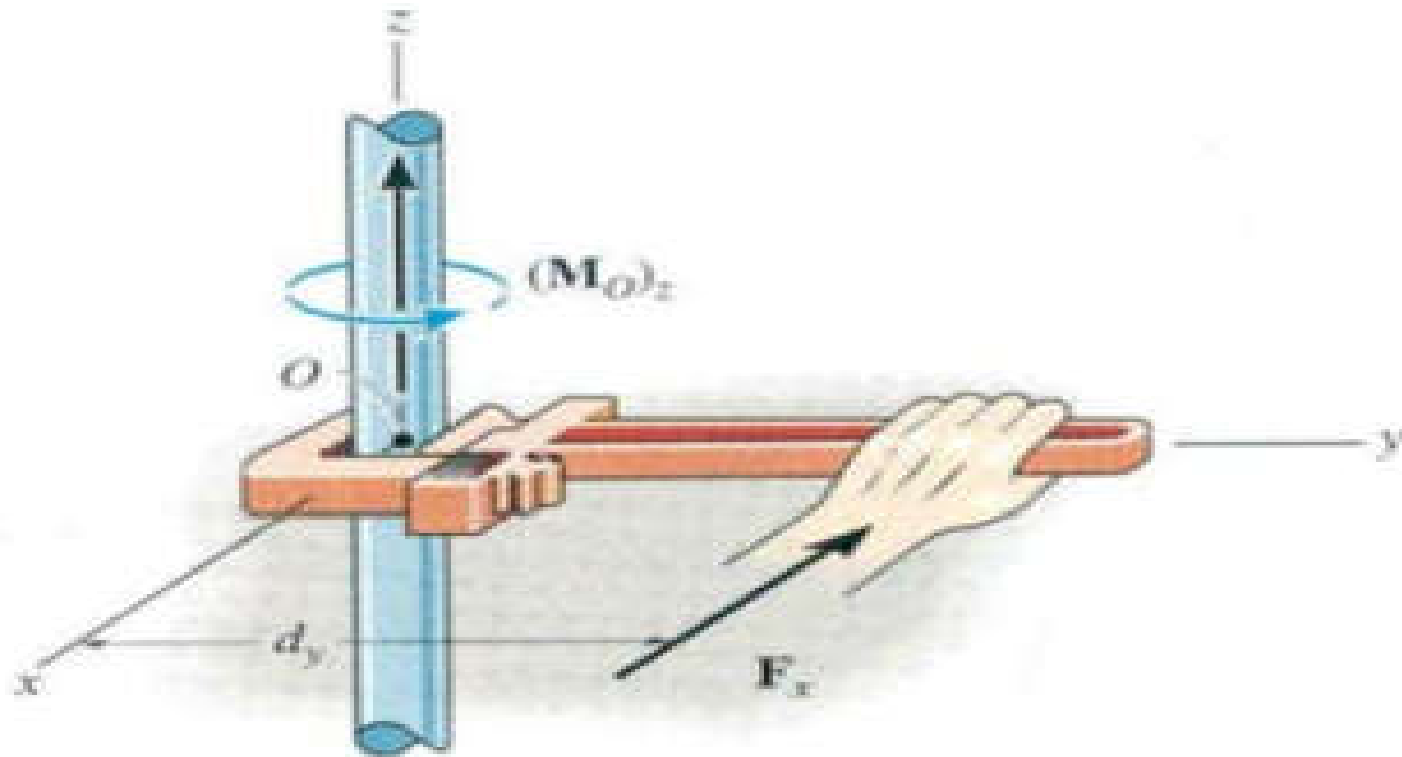
# Механика 1

## МОМЕНТ СИЛЕ ЗА ТАЧКУ

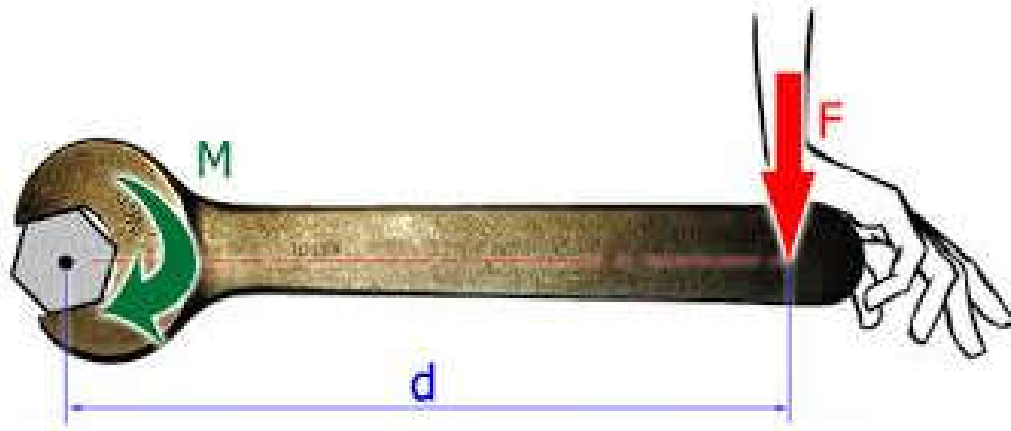


Студијски програми:  
Друмски саобраћај  
Индустијско инжењерство

Наставник: др Бобан Цветановић  
сарадник: Гордана Јовић



**Момент силе је мера тежње силе да произведе ротацију тела око осе ротације.**



Другим речима то је  
**МЕРА ОБРТНОГ  
ДЕЈСТВА СИЛЕ.**

- 
- Момент силе  $F$  за тачку  $O$ , означава се са  $M_o(F)$ .
  - У питању је векторска величина.
  - Јединица је њутнметар (Nm).
  - Момент силе може се посматрати као скаларна величина онда када све силе дејствују у истој равни.

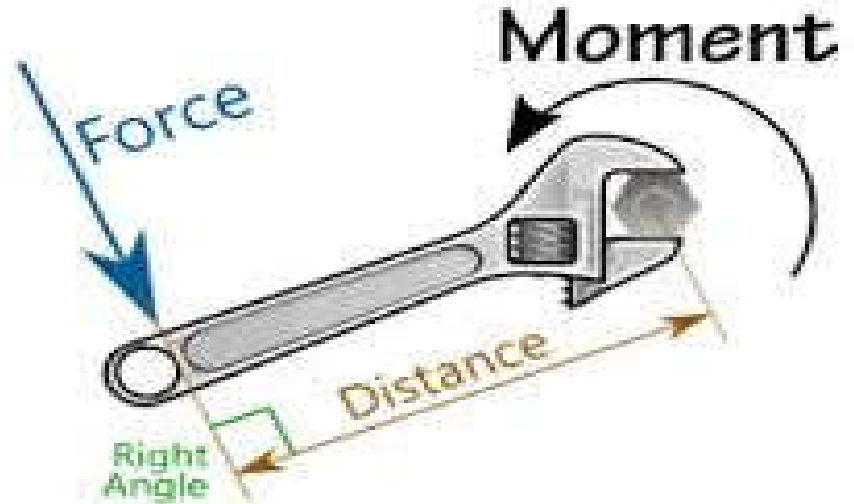
# Интензитет момента силе

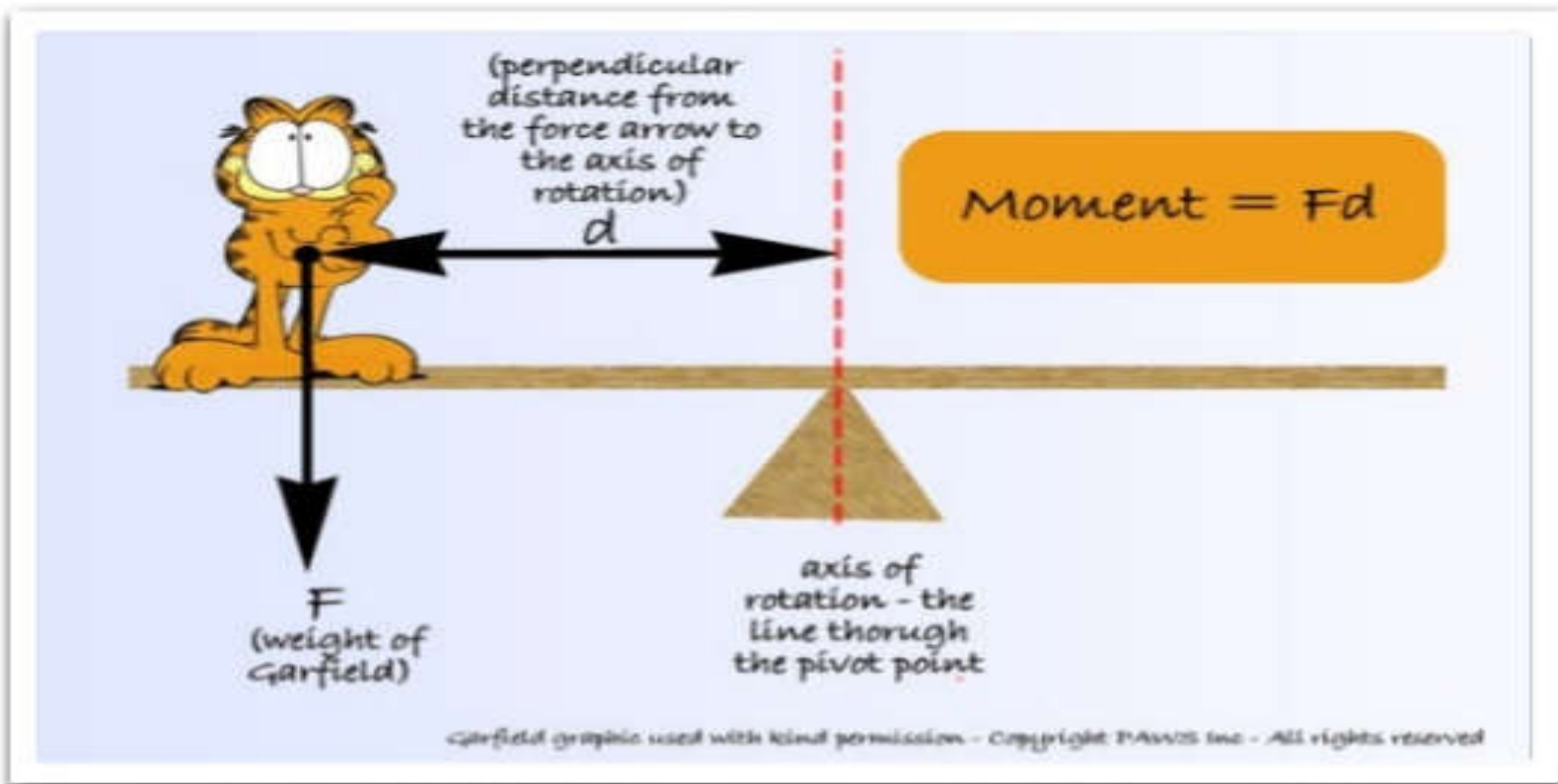
---

То је производ интензитета  
силе и крака силе

$$M_o(F) = F \cdot d$$

d- крак силе је **најкраће**  
**растојање** нападне линије  
силе до моментне тачке

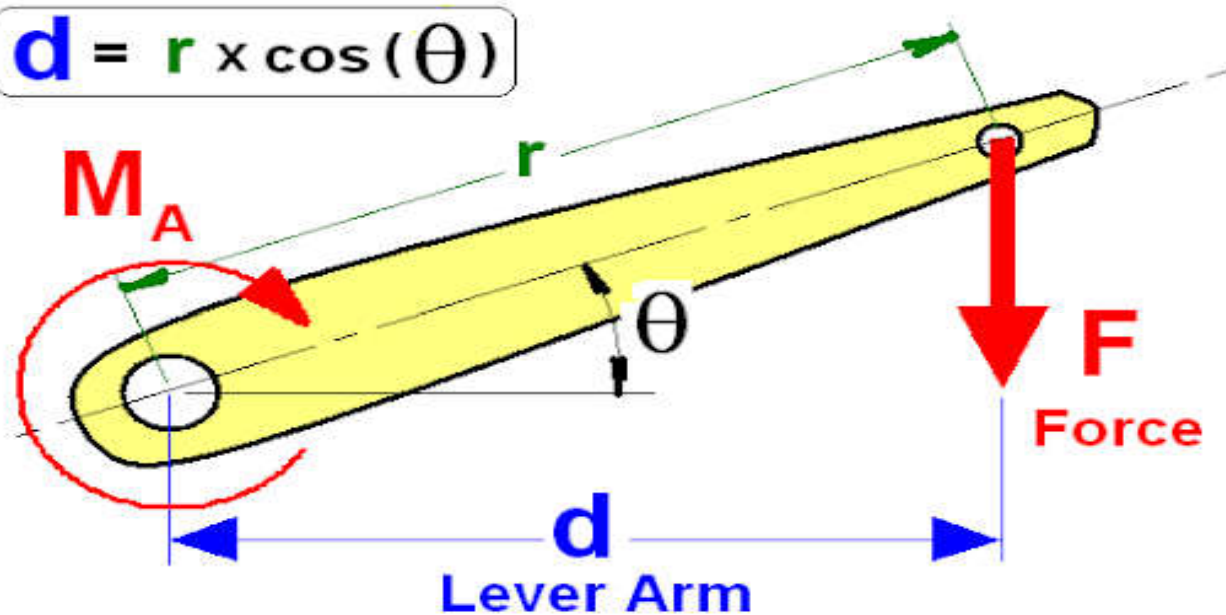




**Moment = Force (F) x Distance (d)**

## Крак- најкраће растојање

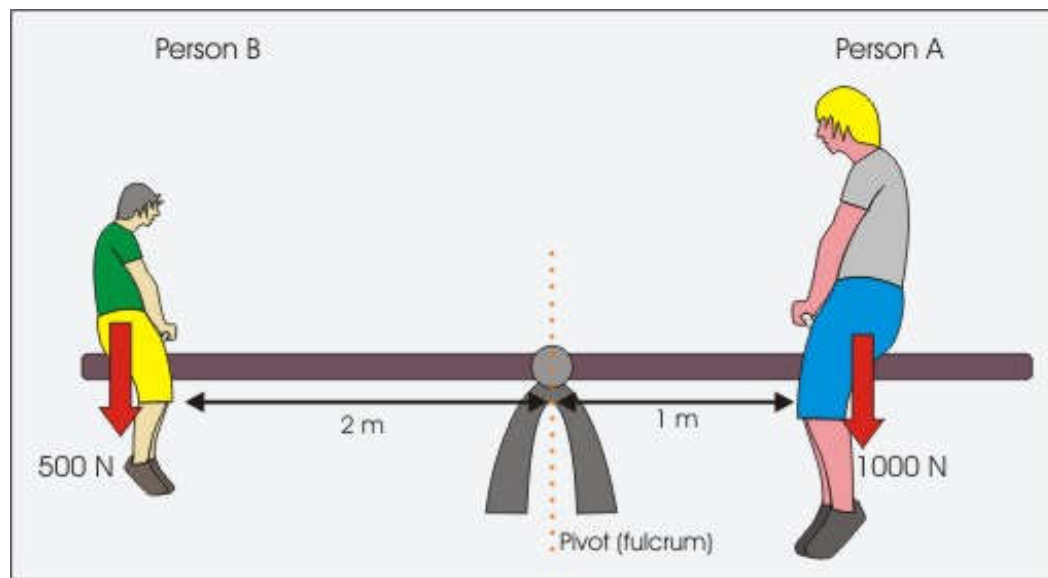
$$d = r \times \cos(\theta)$$



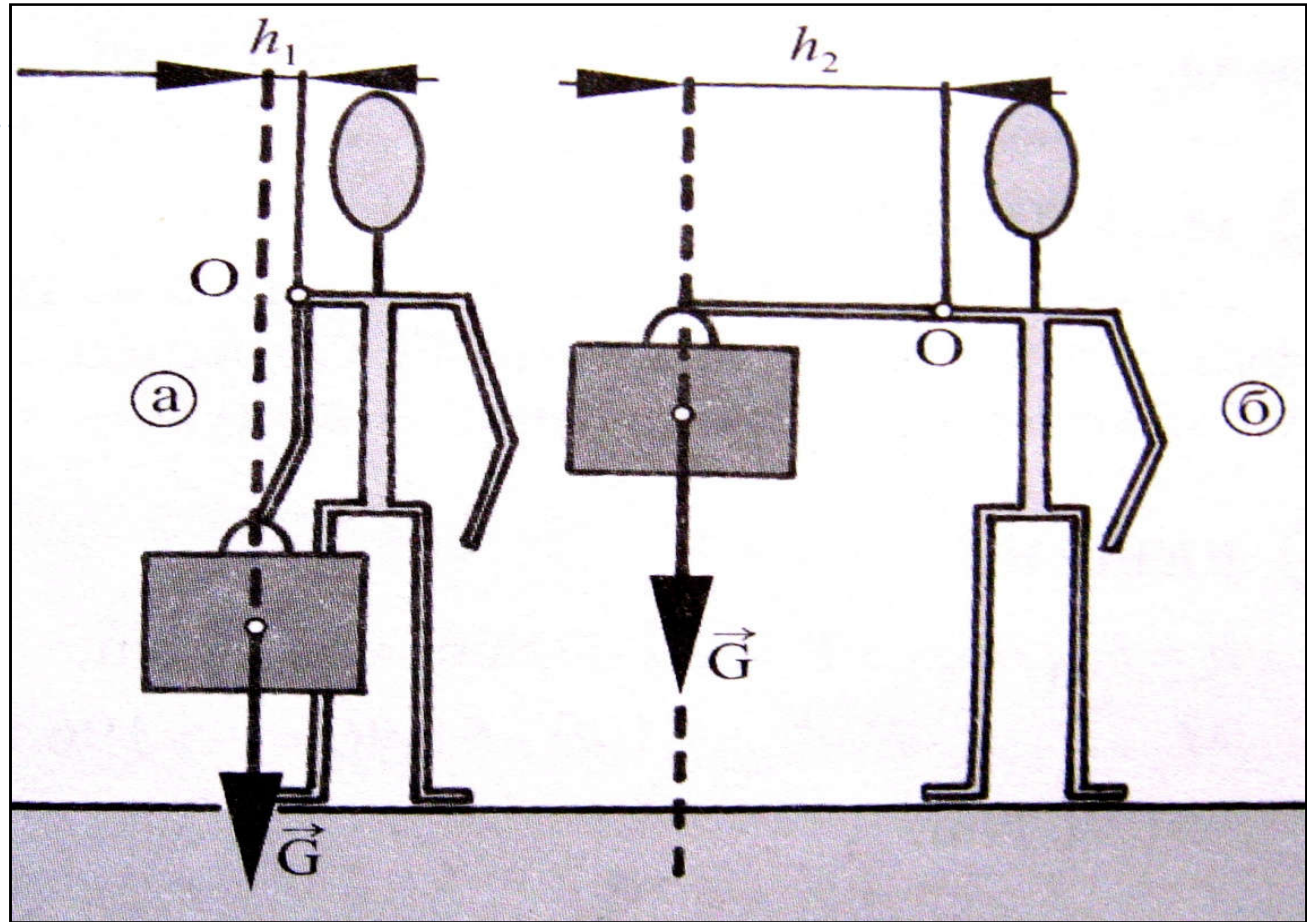


**На интензитет  
момента, подједнако  
утичу и величина  
силе и величина  
крака.**

**Велика сила и мали  
крак имаће исто  
дејство као мала сила  
и велики крак.**



(варијанта а)  
КРАЋИ КРАК+  
ИСТА СИЛА=  
**МАЊИ**  
**МОМЕНТ**



варијанта а

варијанта б

(варијанта б)  
ДУЖИ КРАК+  
ИСТА СИЛА=  
**ВЕЋИ**  
**МОМЕНТ**

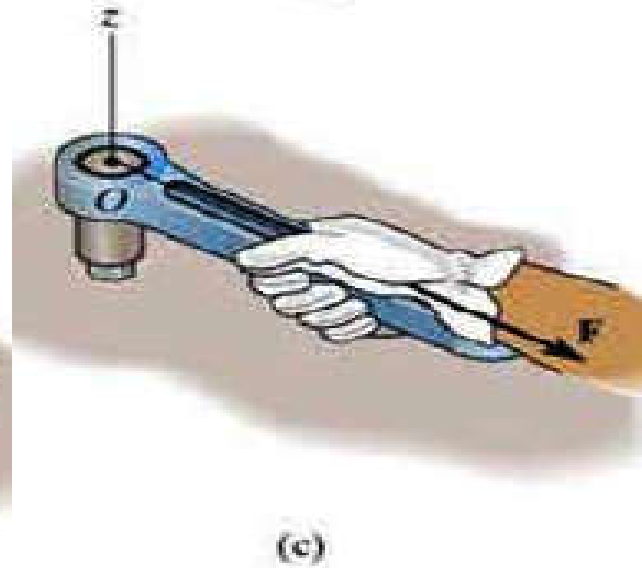
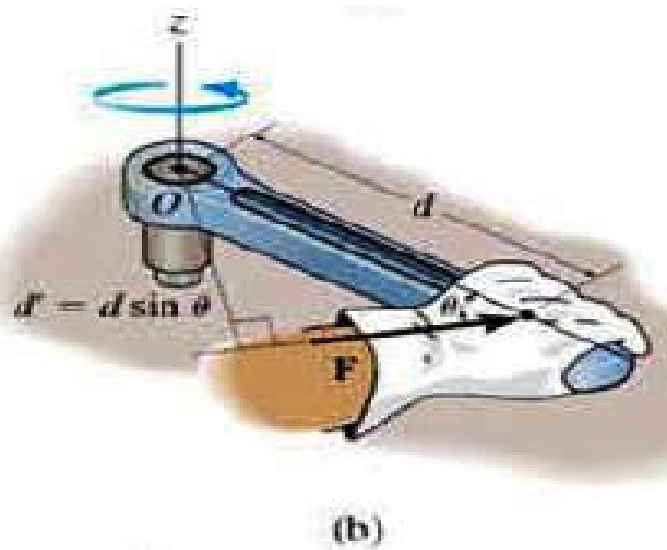
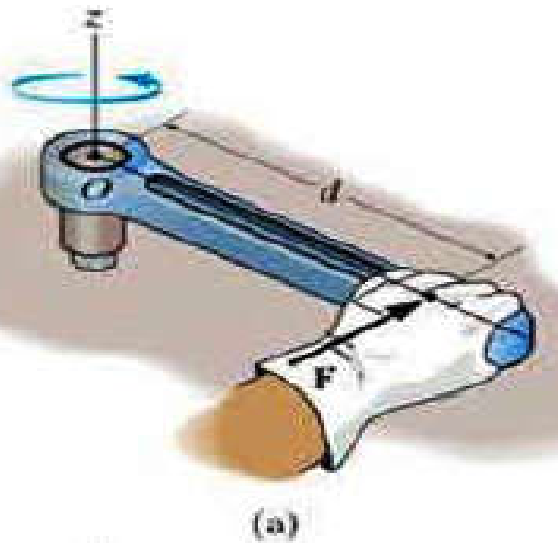


## Момент силе је једнак нули ако је:

---

1. *сила једнака нули ( $F=0$ )*
2. *крак силе једнак нули ( $h=0$ )* тј. нападна линија силе пролази кроз моментну тачку.



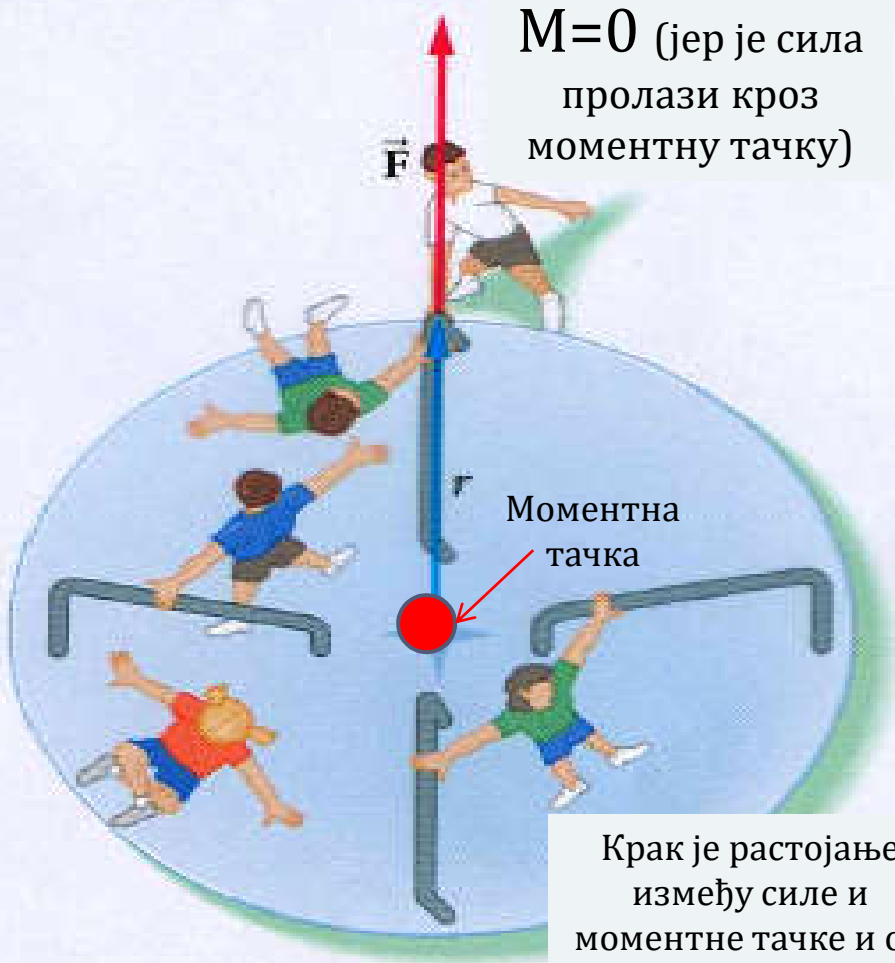


***Када сила (или њена нападна линија) пролази кроз моментну тачку, тада сила не прави момент јер нема крака (варијанта ц)!!!***

$M=0$  (јер је сила  
пролази кроз  
моментну тачку)

$\vec{F}$

Моментна  
тачка



(a)

Крак је растојање  
између силе и  
моментне тачке и он  
је овде 0 (то није  
величина  $r$  на слици)

Прав угао

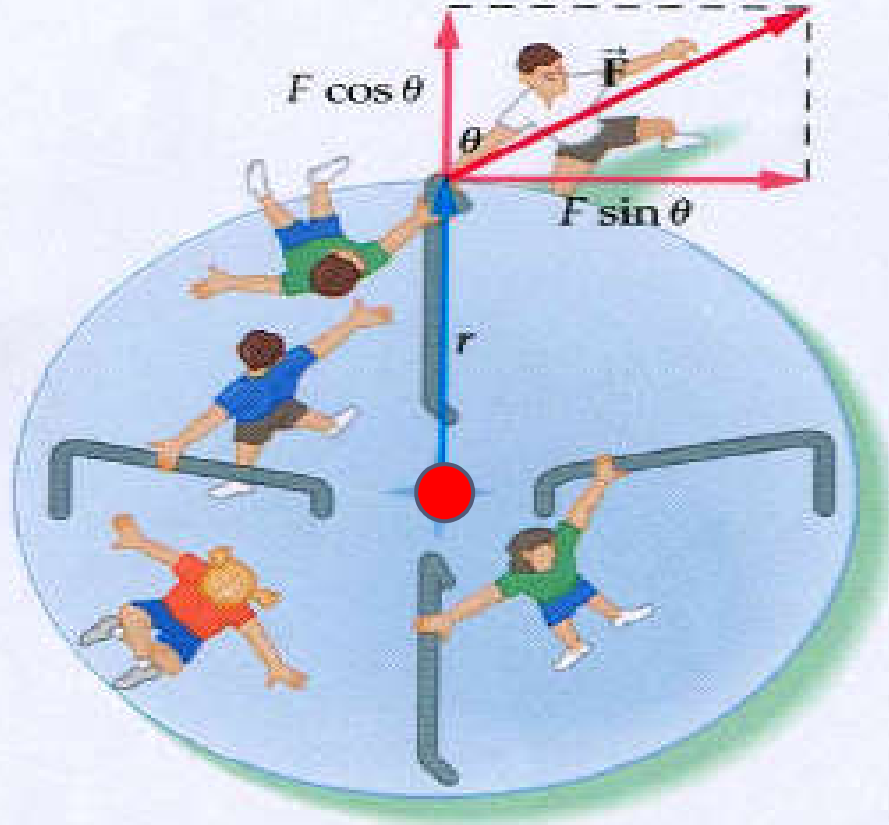
КРАК



(b)

Из моментне тачке  
повлачимо линију  
управну на силу и  
добијамо крак

$$M = r(F \sin \theta)$$



(b)

Момент се може наћи и разлагањем силе на вертикалну и хоризонталну компоненту, при чему момент прави само хоризонтална компонента за коју је крак  $r$ . Вертикална компонента не прави момент јер пролази кроз моментну тачку

---

Момент силе за тачку је такозвани **везани вектор** јер му **интензитет зависи од положаја нападне тачке силе.**

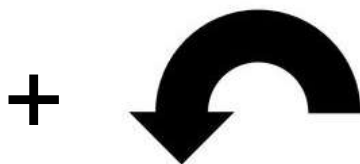
Мењањем положаја нападне тачке мења се величина крака силе, самим тим и интензитет момента.



## знак момента (позитиван и негативан момент)

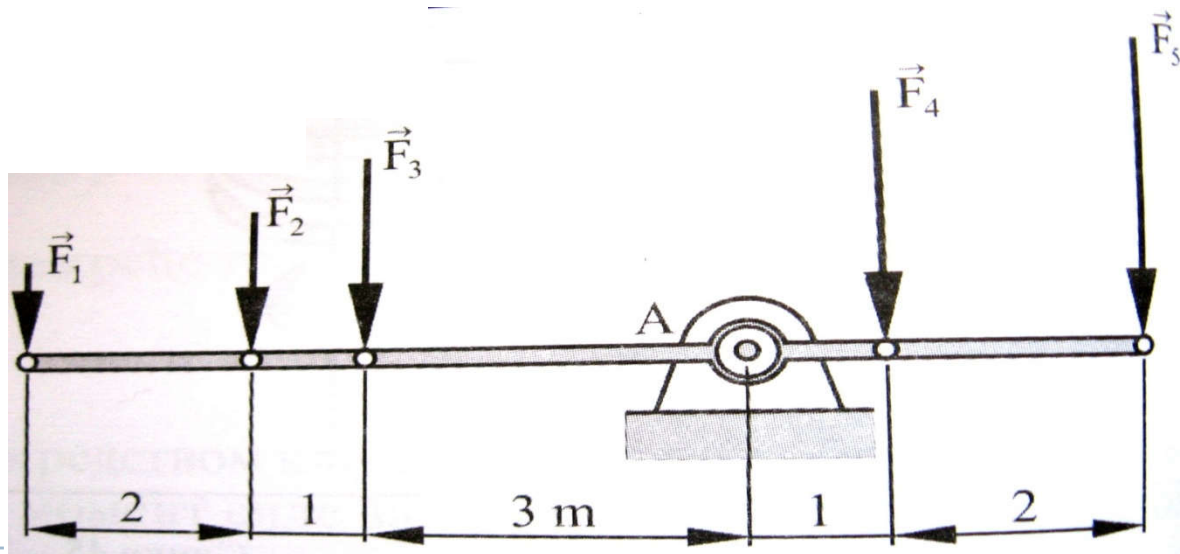
---

Ако је смер обртања супротан смеру кретања казаљке на сату, смер вектора момента силе за тачку је позитиван!!!



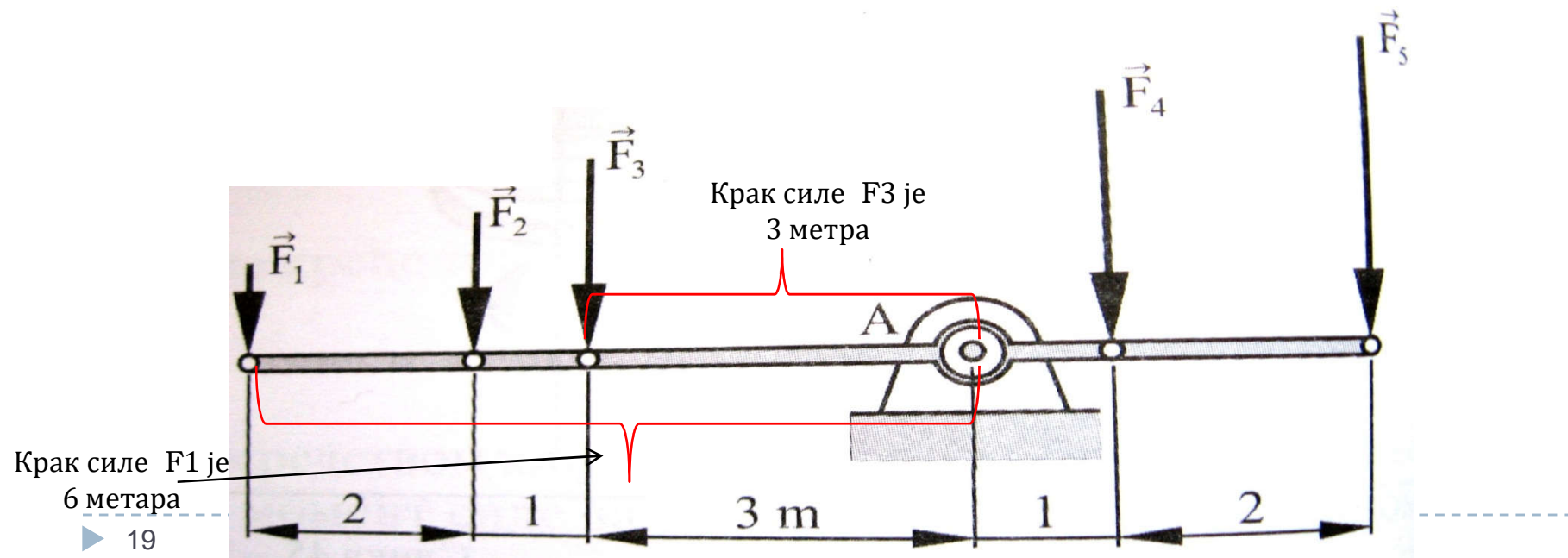
## ПРИМЕР 1

На клицаи се са једне стране налазе три детета маса  $m_1=10\text{kg}$ ,  $m_2=20\text{kg}$  и  $m_3=25\text{kg}$ , а са друге стране два детета маса  $m_4=30\text{kg}$  и  $m_5=40\text{kg}$ . Одредити колике ће појединачне моменте производити силе тежине ове деце, за моментну тачку А.



## УПУТСТВО ЗА РЕШАВАЊЕ ПРИМЕРА 1

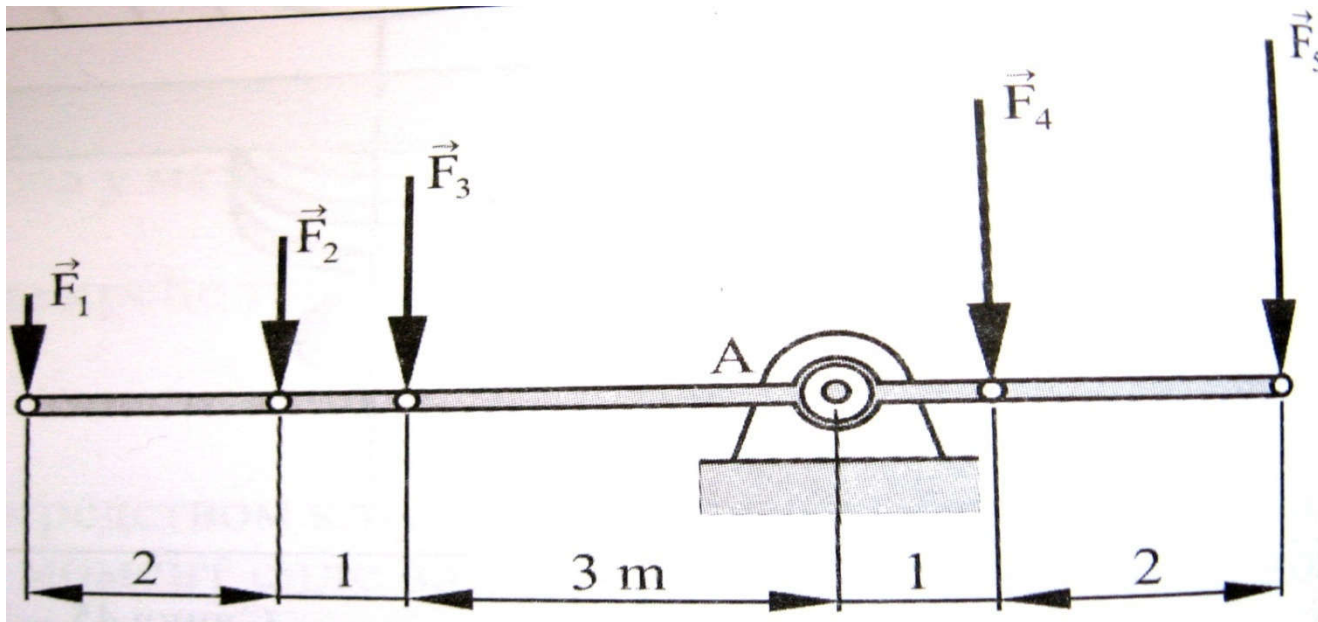
Масе деце претворе се у силе тежине користећи израз  $G=m \times g$  (нпр. сила  $F_1=10 \times 9,81=98,1\text{N}$ ). Пошто силе делују управно на клицалицу, краци сила се директно виде, па тако крак силе  $F_1$ , износи 6 метара, за силу  $F_2$  је 4 метра, за  $F_3$  је 3 метра, за  $F_4=1$  метар, а за  $F_5$  је 3 метра.



Силе са леве стране од тачке А, праве позитиван момент јер окрећу  
клацкалицу око тачке А, у смеру супротном од казаљке на сату.

Момент од силе  $F_1$  за тачку А је  $M_A(F_1) = F_1 \times 6 = 98,1 \times 6 = 588,6 \text{ Nm}$  и он је  
позитиван.

$M_A(F_2) = F_2 \times 4 = 20 \times 9,81 \times 4 = 784,8 \text{ Nm}$  и он је позитиван итд.

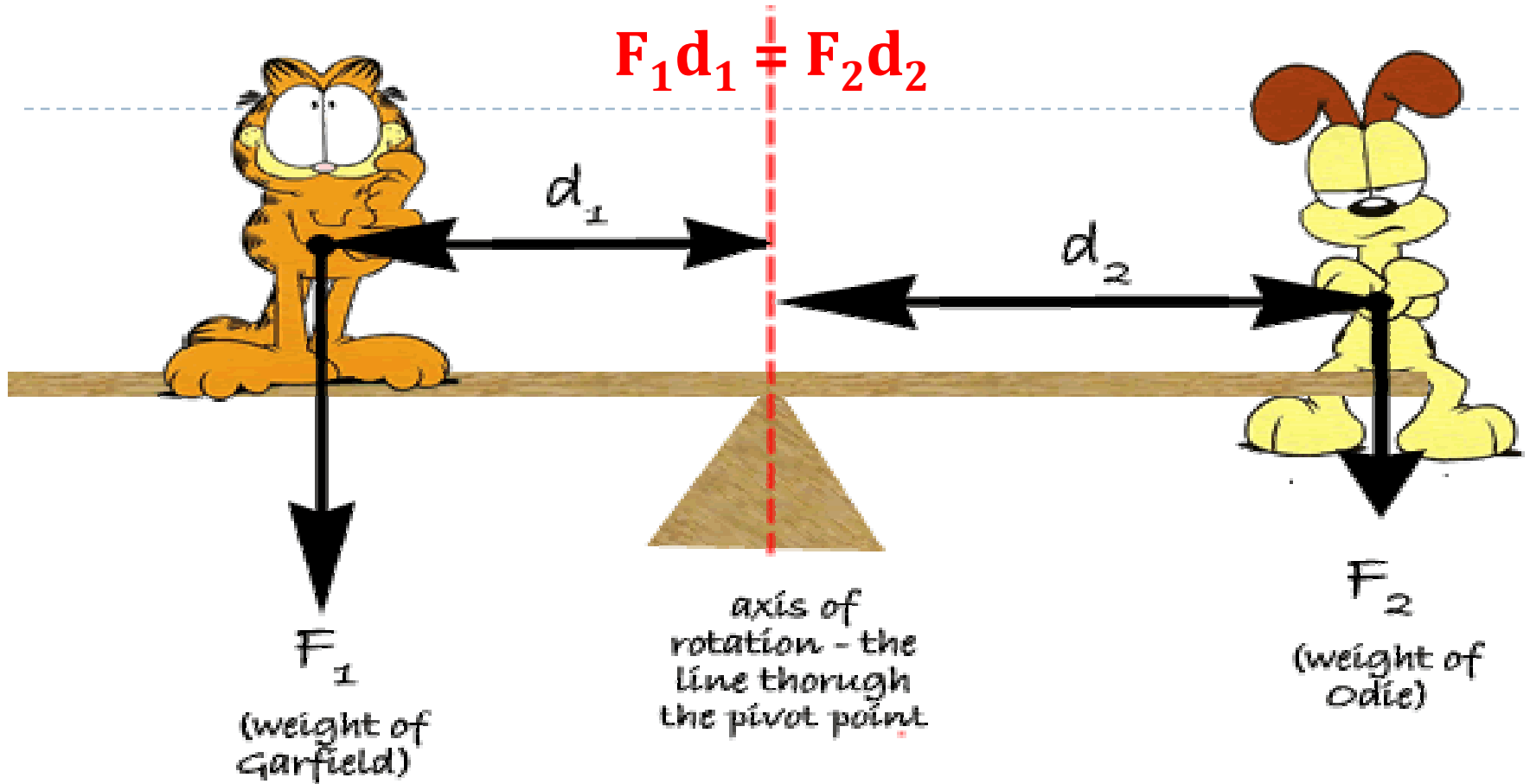


# РАВНОТЕЖА МОМЕНАТА СИЛЕ

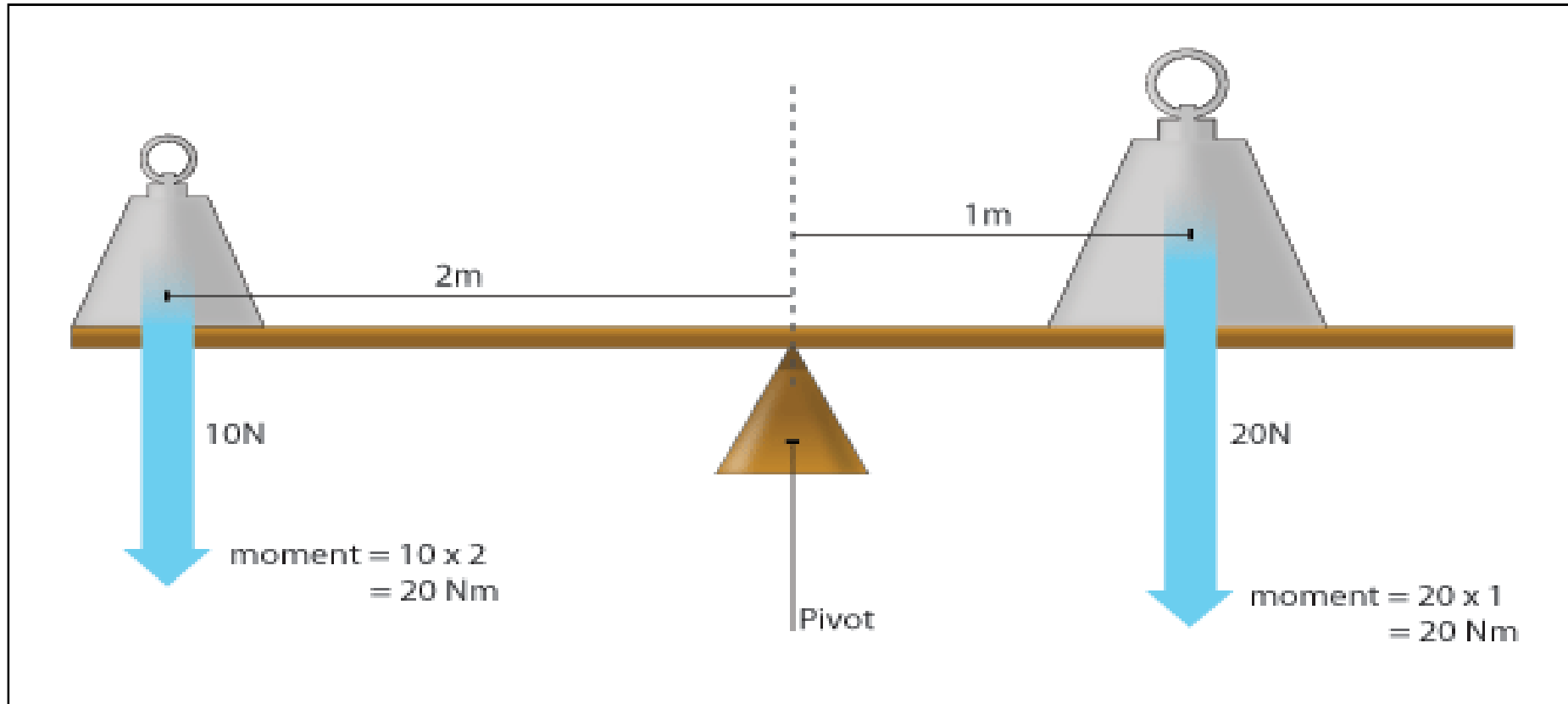
---

**Сума момената у смеру кретања казаљке  
= суми момената у смеру супротном од  
кретања казаљке**

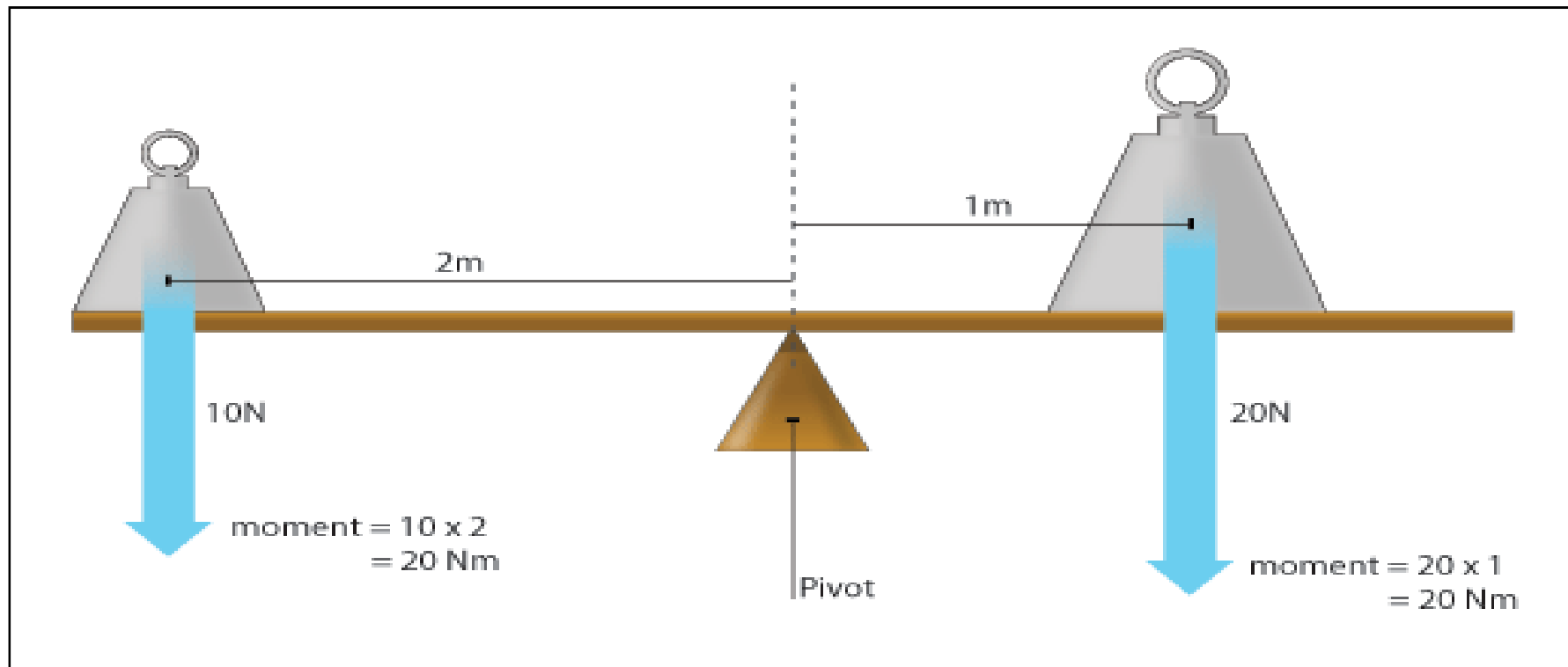
$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$



# Равнотежа тела различитих тежина може постићи променом растојања сила до моментне тачке (ослонца)



## РАВНОТЕЖА

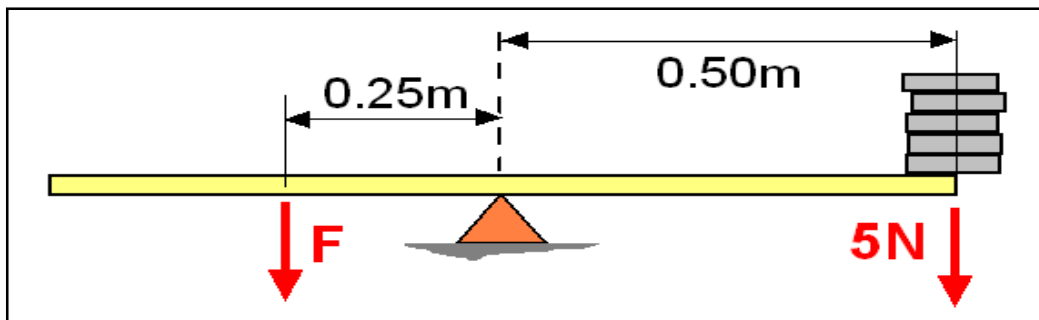




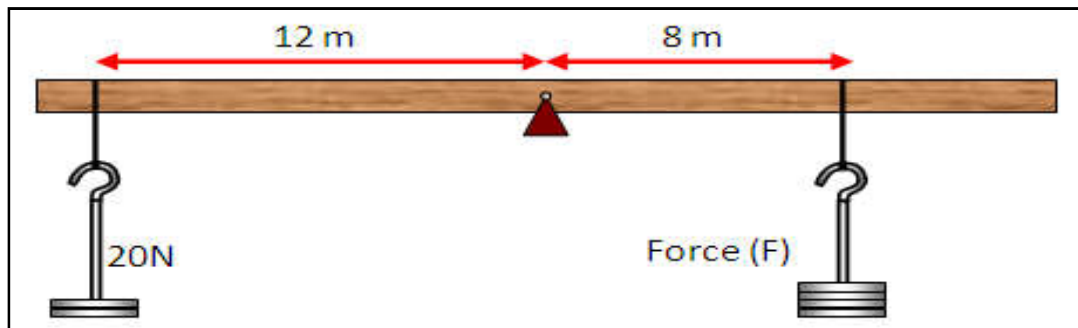
## ПРИМЕР

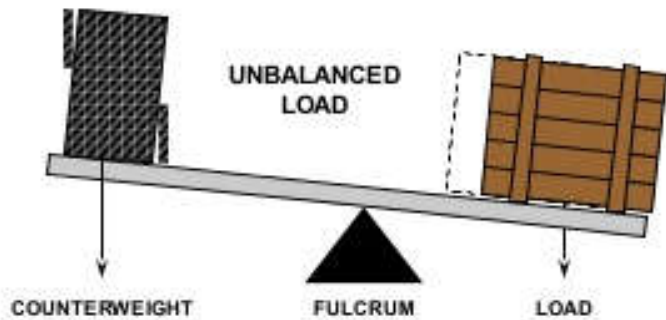
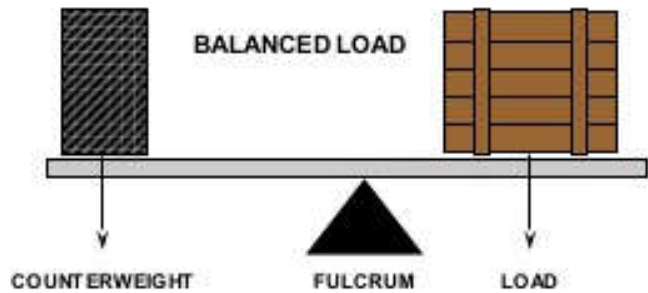
- Одредити величину силе  $F$  да би полука била у хоризонталном положају (систем у равнотежи).

(a)



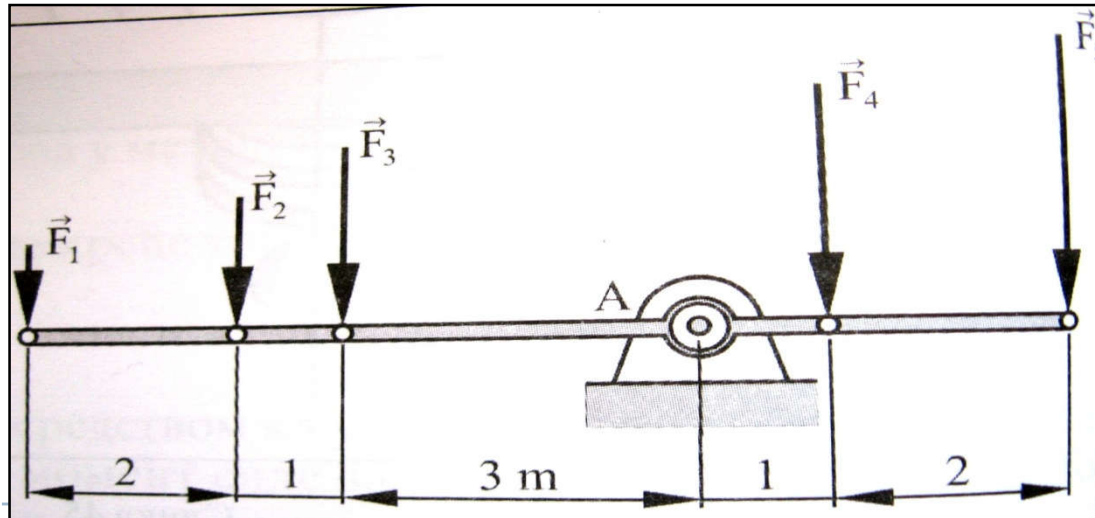
(б)





## ПРИМЕР 2

За податке из примера 1, одредити да ли ће клацкалица бити у хоризонталном положају или се окретати на неку од страна, под дејством момената од сила тежина деце. Уколико полука није у хоризонталном положају, дати предлог могућих решења да би се систем довео у равнотежу.



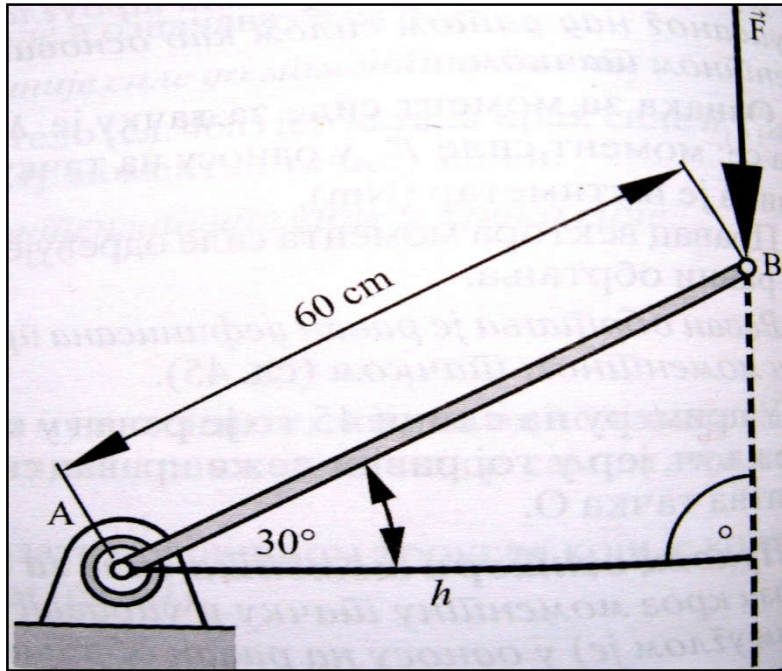
## УПУТСТВО ЗА ПРИМЕР 2

---

Срачунати вредности момената од свих сила које делују са леве стране тачке А. Те вредности су са позитивним предзнаком. Исто урадити са моментима од сила са десне стране тачке А. Ти моменти имају негативни предзнак. На крају израчунати алгебарски збир момената са леве и десне стране од тачке А. Ако је укупан збир једнак нули, клацкалица је у равнотежи и биће у хоризонталном положају. Ако је збир број различит од нуле, клацкалица ће се обртати у једном или другом смеру (у зависности који је збир момената већи)

### ПРИМЕР 3

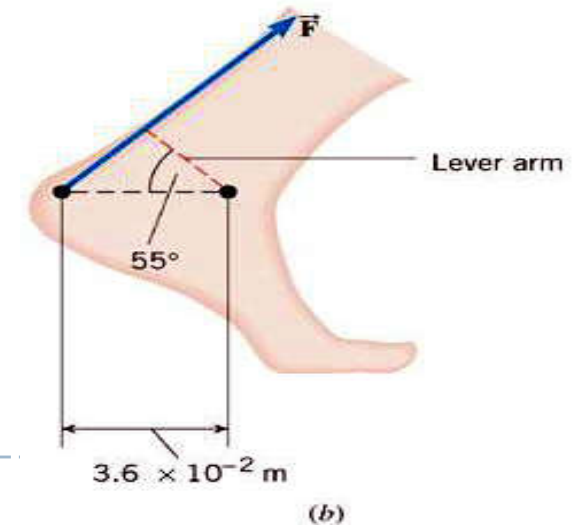
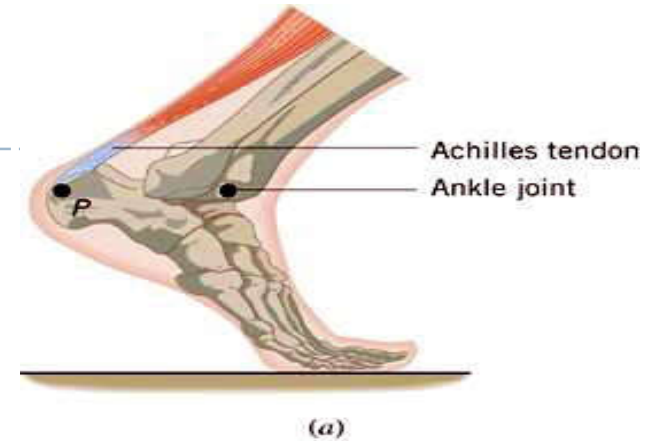
Израчунати момент силе  $F=100\text{ N}$ , у односу на тачку А полуге.



## ПРИМЕР 4

Ахилова тетива делује као сила јачине 790N.  
Одредити интензитет момента ове силе око  
чланка на ноzi.

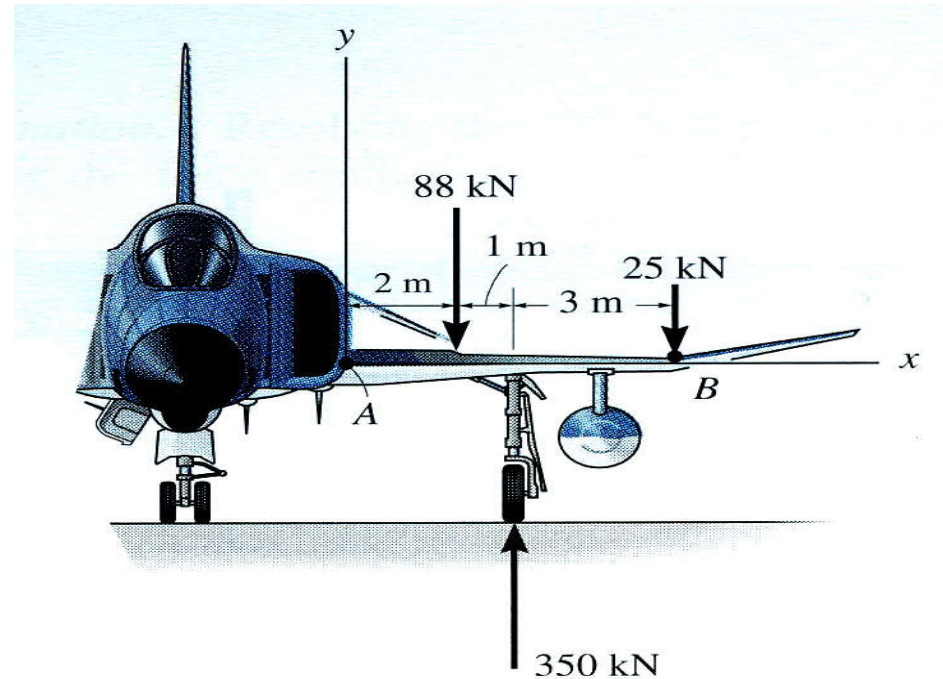
Решење:  $M = -16,31 \text{ Nm}$



# Задатак

Силе делују на крило авиона као на слици.

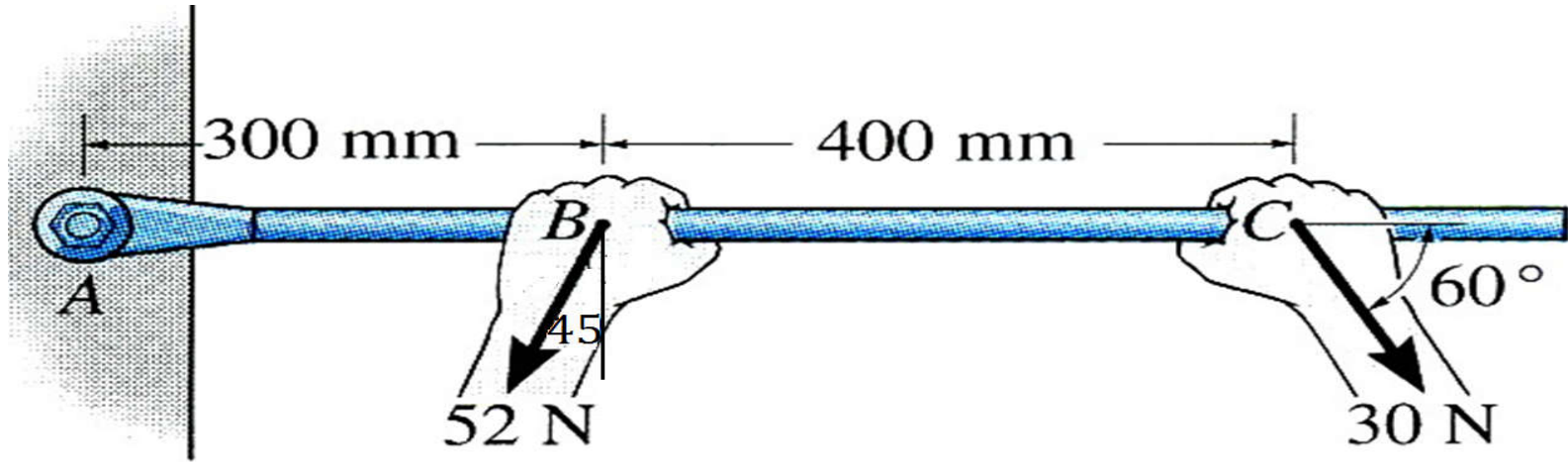
Одредити величину резултујућег момента у тачки А.



Решење:  $M_A = 724 \text{ Nm}$

## ЗАДАТАК

Одредити резултујући момент у тачки А, за систем на слици.



(a)



# ВАРИЊОНОВА ТЕОРЕМА

(Теорема о моменту резултанте у односу на тачку)

---

**Интензитет момента резултанте система сила, у односу на произвољно изабрану моментну тачку у равни њиховог дејства, једнак је алгебарском збиру интензитета момената свих сила система у односу на исту моментну тачку.**



Француски математичар  
Pierre Varignon  
(1654 – 1722)

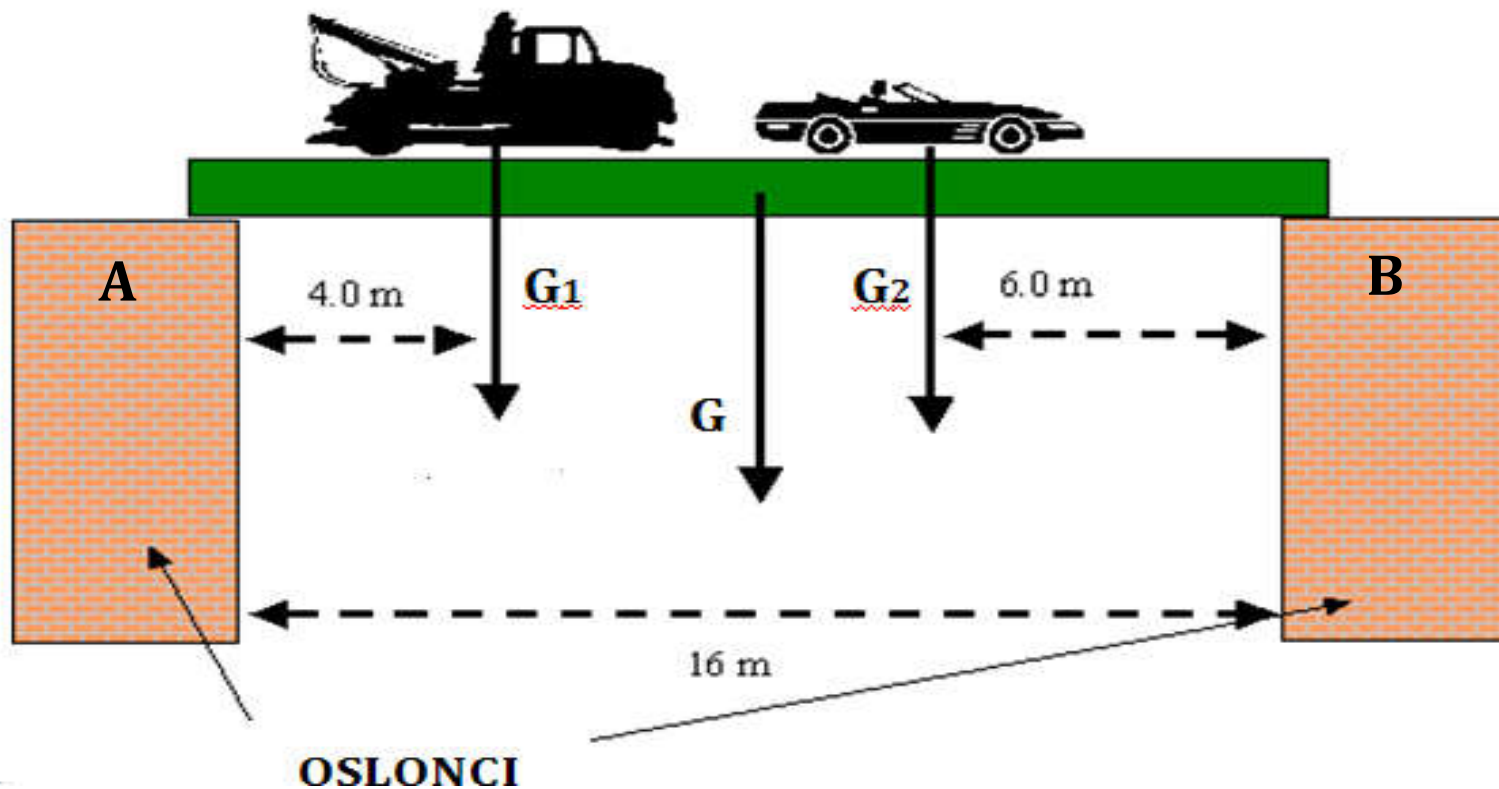
# АНАЛИТИЧКИ УСЛОВИ РАВНОТЕЖЕ СИСТЕМА ПРОИЗВОЉНИХ СИЛА У РАВНИ

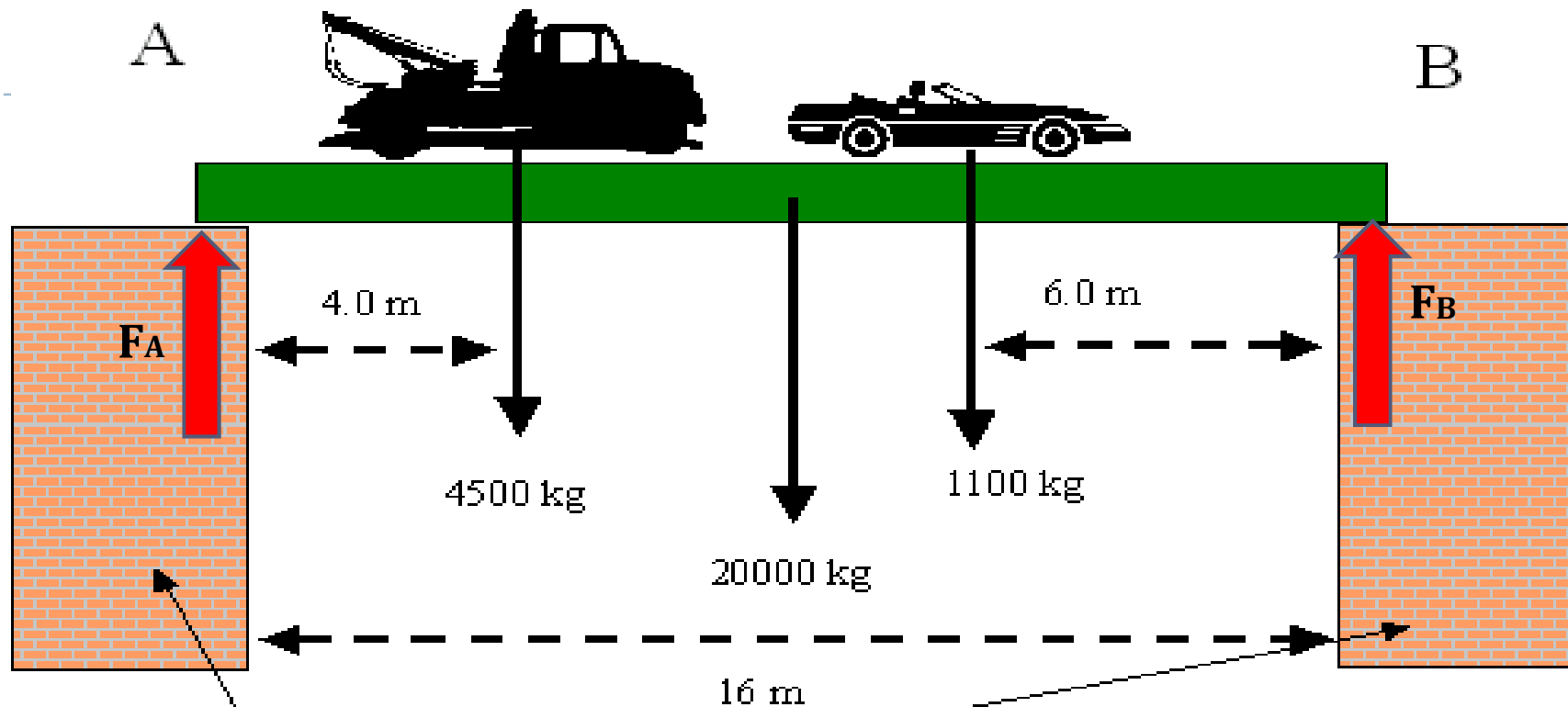
---

Да би систем произвољних раванских сила био у равнотежи потребан и довољан услов је да алгебарски зборови пројекција свих сила на  $x$  и  $y$  координатну осу буду једнаки нули и да алгебарски збир момената свих сила за било коју моментну тачку у равни дејства сила буде једнак нули.

- 
1.  $\Sigma X_i = 0,$
  2.  $\Sigma Y_i = 0,$
  3.  $\Sigma M_o(F_i) = 0$  (ово је нови услов у односу на систем сучељних сила)

**Пример 1.** Одредити силе у потпорним стубовима (ослонцима) А и В, да би систем био у равнотежи. Камион је масе 4,5 тона, аутомобил 1,1,тону, а сопствена маса моста је 20 тона.





**$F_A$  и  $F_B$   
СИЛЕ У  
ОСЛОНЦИМА**

# Пример

Упоредити дејство отпора подлоге на прсте (тачка Б) и пету (тачка А), жене масе 55 кг, када носи равне ципеле и ципеле са потпетицама.

(Претпоставити да се сва њена тежина налази на једној ноzi)



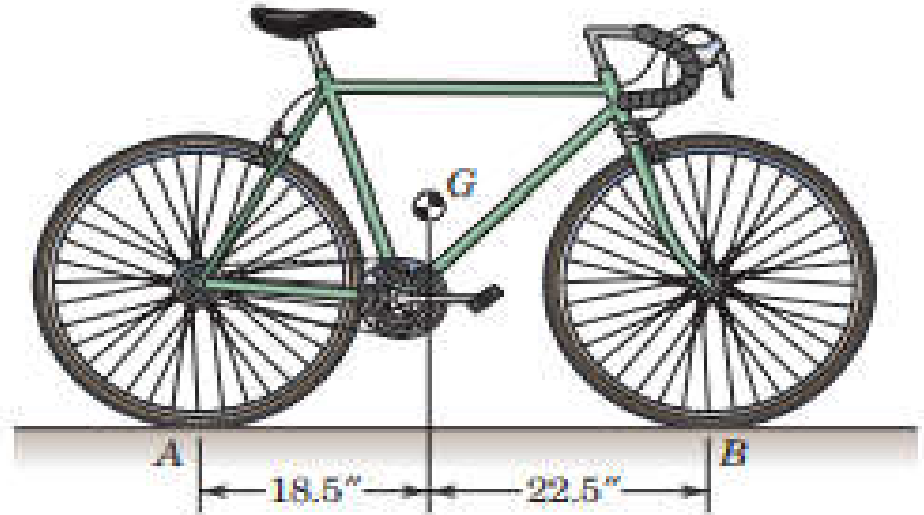


# Zadatak

---

Masa bicikla je 15kg sa težištem u tački G. Odrediti otpore podloge u tačkama A i B, kada bicikl miruje.

Napomena: 1" (inč) = 2,54 cm

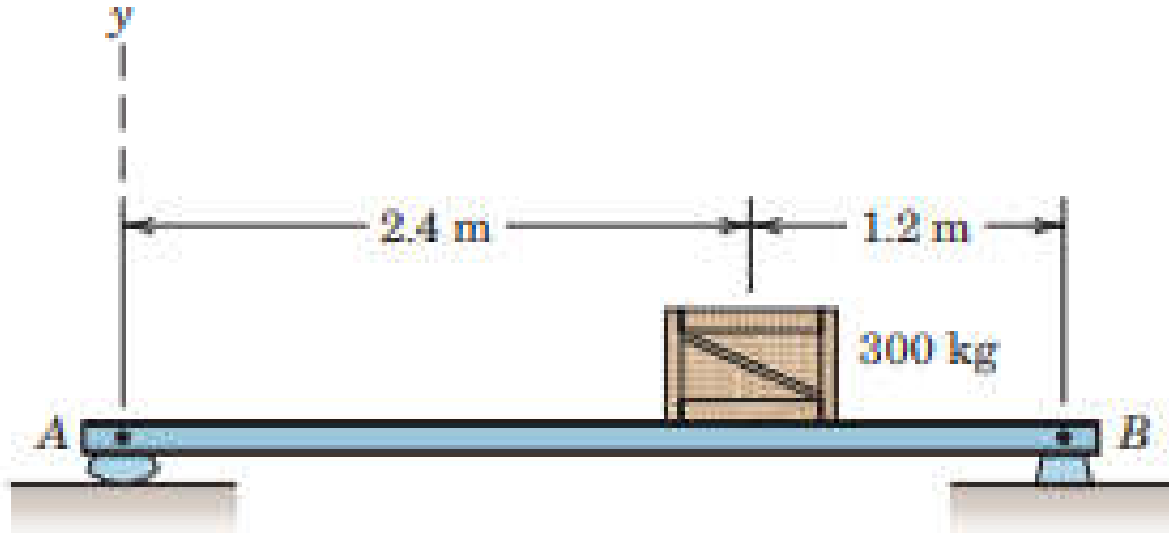




## Zadatak

---

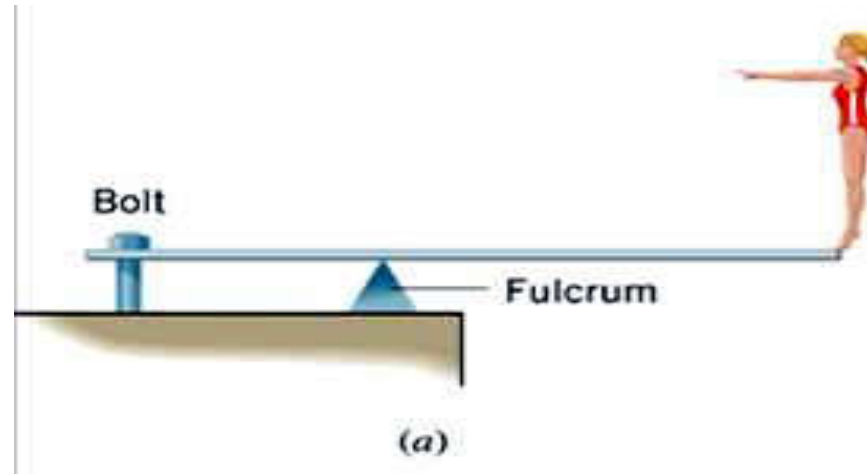
Teret mase 300kg, postavljen je na gredi kao na slici. Masa grede je 50kg/m. Odrediti sile u osloncima.



## Пример 2

---

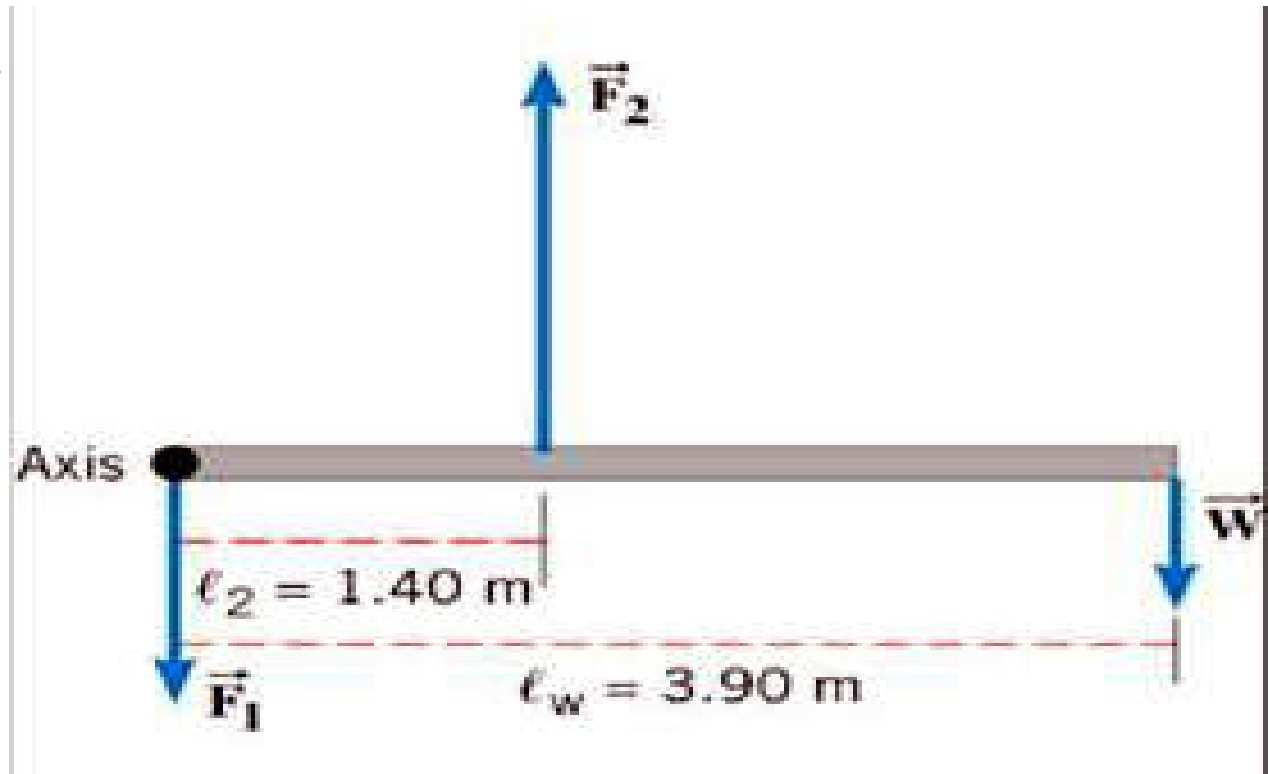
Ženska osoba težine 530 N na kraju tramboline pozicionirana na razdaljini 3.90 m. Težina tramboline je zanemarljiva i oslonjena je na 1.40 m daleko od mesta učvršćenja daske tramboline. Naći sile koje deluju na trambolinu u tački učvršćenja i tački podupiranja.



Rešenje:

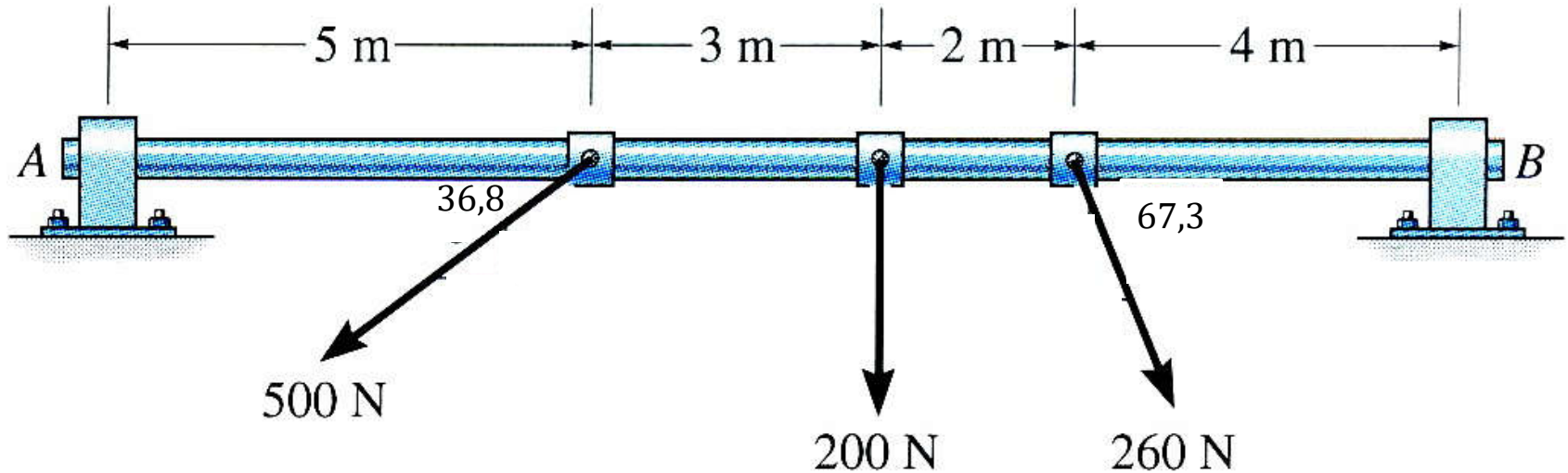
$$F_1 = 950\text{N}$$

$$F_2 = 1480\text{N}$$

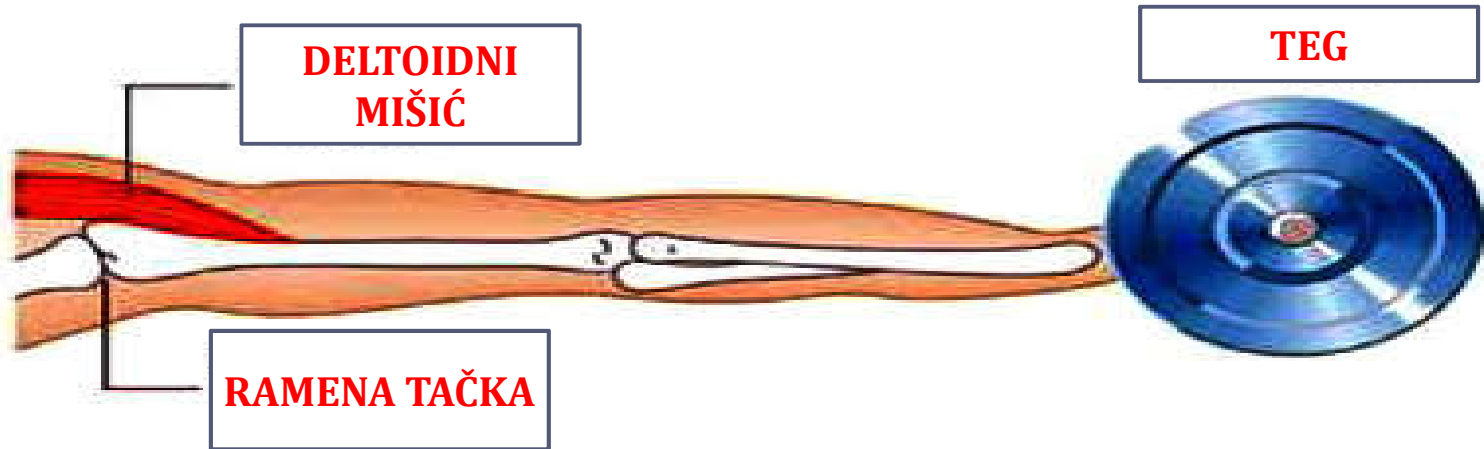


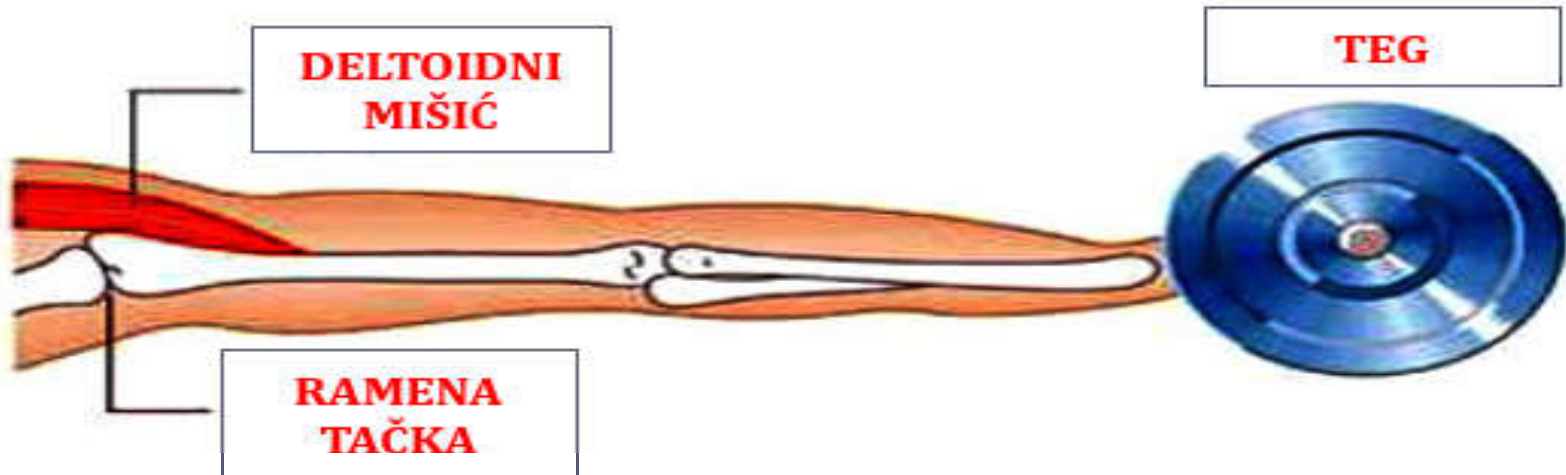
## Задатак

За равнотежни положај система на слици, одредити реакције ослонаца А (непокретни) и В (покретни).

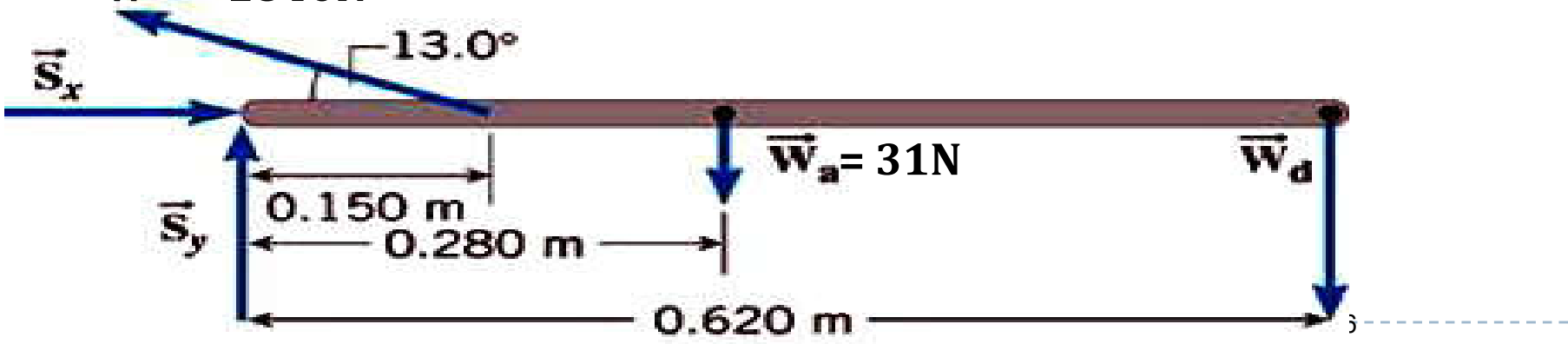


Ruka horizontalno postavljena teži 31.0 N. Deltoidni mišić u ramenu može držati silu od 1840 N.  
Koliki najteži teg u šaci može držati vežbač?





$W_M = 1840\text{N}$



## Rešenje:

---

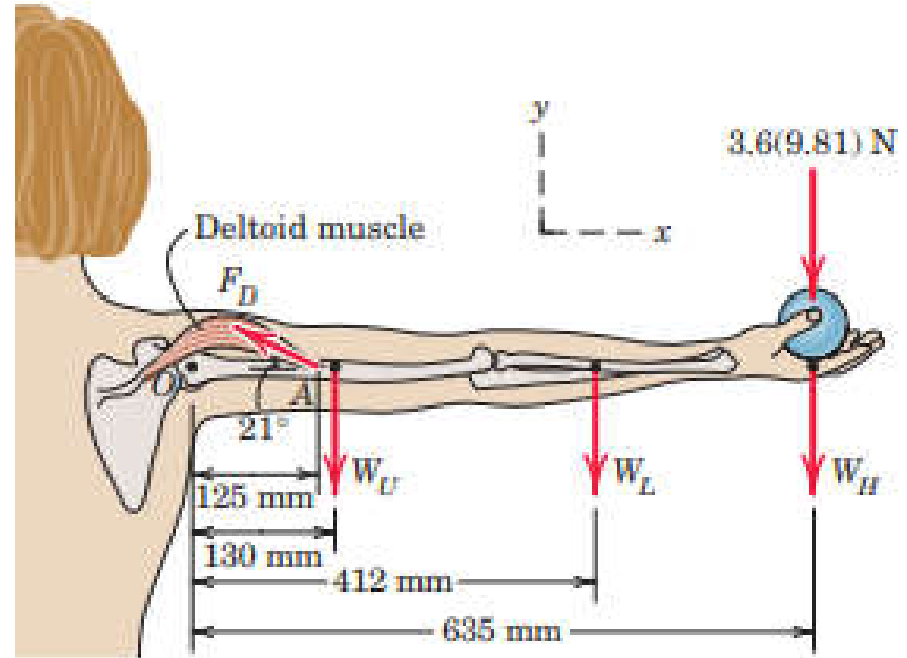
- ▶ Ramena tačka se uzima kao nepokretni oslonac koji ima dve nepoznate komponente  $S_x$  i  $S_y$ .
- ▶ Treća nepoznata veličina je upravo ono što se u zadatku traži, a to je  $W_d$ .
- ▶ Na raspolaganju su tri ravnotežne j-ne:

$$\Sigma X_i = 0, \Sigma Y_i = 0, \Sigma M_o(F_i) = 0$$

Konačno rešenje:  $W_d=86,1\text{N}$

# Zadatak

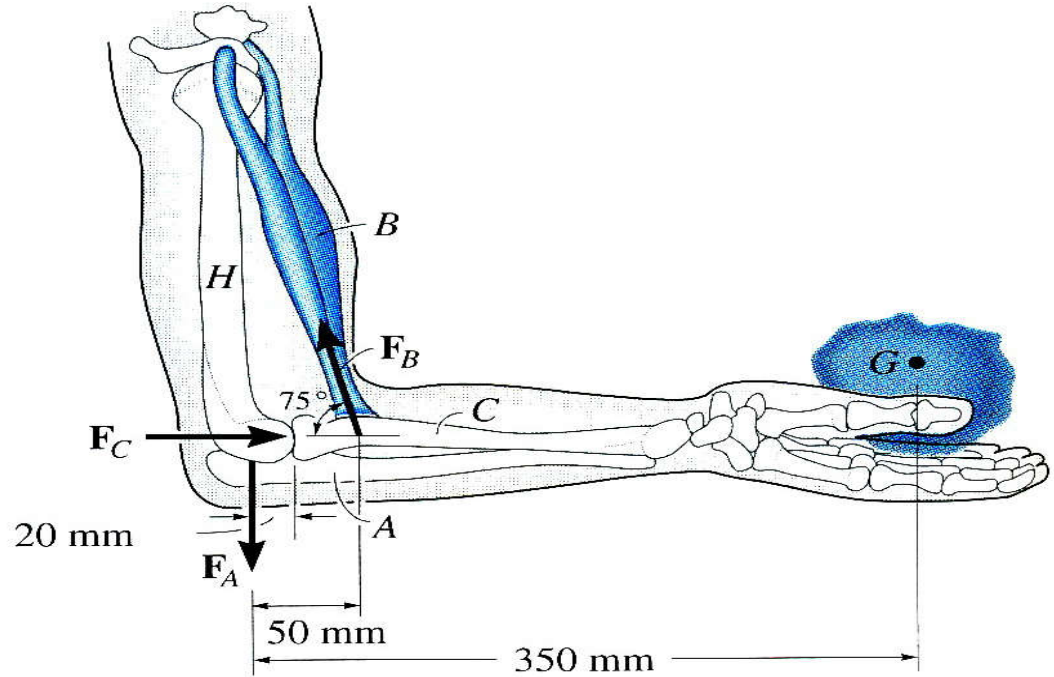
Žena drži kuglu mase 3,6kg u ruci koja je horizontalno postavljena kao na slici. Odrediti silu u deltoidnom mišiću, koji je pod uglom od  $21^\circ$  u odnosu na horizontalu, kao i x i y komponentu sile reakcije u ramenoj tački O . Mase delova ruke su:  $m_U=1,9\text{kg}$ ,  $m_L=1,1\text{kg}$  i  $m_H=0,4\text{kg}$ , a deluju u tačkama kao na slici.





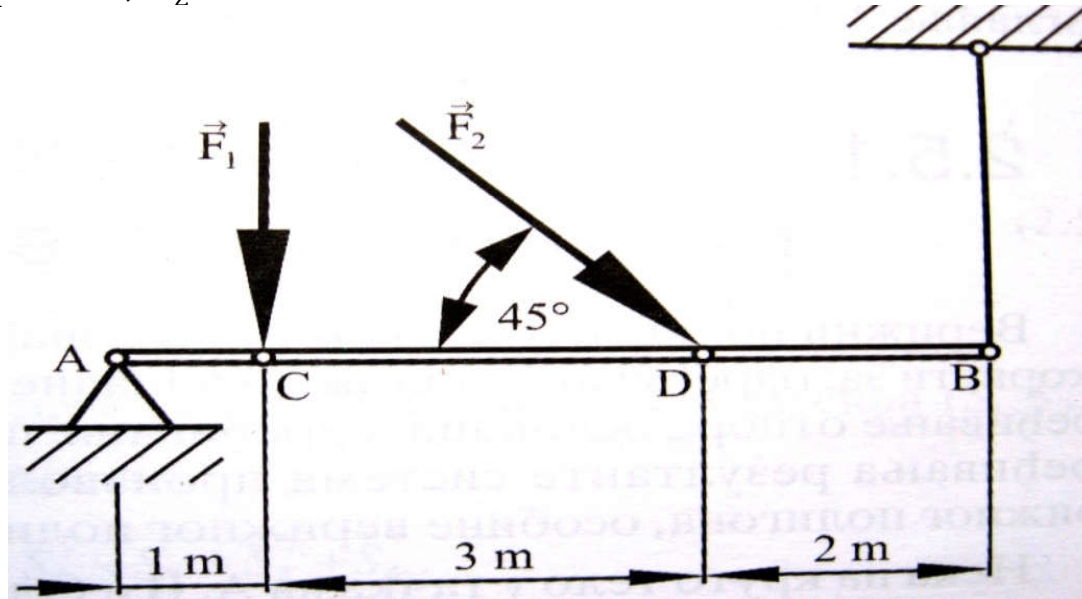
# Zadatak

Kada drži kamen mase 2,3kg u ravnoteži, kost humerus (H) biva opterećena silama  $F_C$  i  $F_A$ , kao na slici. Odrediti veličine tih sila, kao i silu u bicepsu (B)



# Задатак

За равнотежни положај на слици, одредити silu у ужету  $S$  и отпор ослонца  $F_A$ , ако су  $F_1=4\text{kN}$ ,  $F_2=6\text{kN}$ .



## Задатак

За равнотежни положај на слици, одредити силу у ужету  $S$  и отпор ослонца  $F_A$ , ако су  $F_1=17\text{kN}$ ,  $F_2=23\text{kN}$ .

